ОГЭ 2027. Задание №08

Прототипы ФИПИ · Квадратные корни и степени

Автор: egemathika.ru

Корень из выражения с переменными

Памятка: сначала упрости, потом подставляй

1. Упростите выражение под корнем и только потом подставляйте числа: $\sqrt{\dfrac{25a^8}{a^2}} = \sqrt{25a^6} = 5|a|^3$.

2. $\sqrt{x^2} = |x|$ — арифметический квадратный корень всегда неотрицателен: $\sqrt{(-a)^4 \cdot a^2} = \sqrt{a^6} = |a|^3$. Отрицательное число подставляйте в скобках.

3. Узнайте полный квадрат: $a^2 + 6ab + 9b^2 = (a + 3b)^2$, значит $\sqrt{a^2 + 6ab + 9b^2} = |a + 3b|$.

Найдите значение выражения при заданных значениях переменных.

1) $\sqrt{\dfrac{81a^{14}}{a^{10}}}$ при $a = 4$.

2) $\sqrt{\dfrac{49b^{12}}{b^8}}$ при $b = 3$.

3) $\sqrt{\dfrac{100x^2}{y^4}}$ при $x = -3$, $y = 5$.

4) $\sqrt{\dfrac{64x^2}{y^4}}$ при $x = 5$, $y = 4$.

5) $\sqrt{\dfrac{1}{64} \cdot x^4y^6}$ при $x = 4$, $y = 3$.

6) $\sqrt{\dfrac{1}{36} \cdot x^4y^6}$ при $x = 3$, $y = 2$.

7) $\sqrt{(-a)^6 \cdot a^2}$ при $a = -5$.

8) $\sqrt{(-a)^4 \cdot a^6}$ при $a = -3$.

9) $\sqrt{a^2 + 20ab + 100b^2}$ при $a = 8$, $b = -3$.

10) $\sqrt{a^2 + 12ab + 36b^2}$ при $a = 5$, $b = -3$.

11) $\sqrt{a^2 + 22ab + 121b^2}$ при $a = 3\frac{4}{15}$, $b = \frac{1}{15}$.

12) $\sqrt{a^2 + 14ab + 49b^2}$ при $a = 4\frac{3}{17}$, $b = \frac{2}{17}$.

Действия с корнями

Памятка: собираем всё под один корень

1. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$: $\dfrac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{12 \cdot 6}{2}} = \sqrt{36} = 6$.

2. Скобку раскрываем как обычно:
$(\sqrt{50} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{100} - 2 = 10 - 2 = 8$.

3. Чётная степень под корнем делится пополам: $\sqrt{5^4} = 5^2$. Если степень нечётная, а основание — точный квадрат, перепишите его: $16^3 = (4^2)^3 = 4^6$, $\sqrt{4^6} = 4^3$.

Найдите значение выражения.

13) $(\sqrt{63} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}$.

14) $(\sqrt{45} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$.

15) $\sqrt{3 \cdot 14} \cdot \sqrt{42}$.

16) $\sqrt{5 \cdot 18} \cdot \sqrt{10}$.

17) $\dfrac{\sqrt{42} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{12}}$.

18) $\dfrac{\sqrt{24} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{12}}$.

19) $2\sqrt{11} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{22}$.

20) $3\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{35}$.

21) $\sqrt{8^4}$.

22) $\sqrt{6^4}$.

23) $\sqrt{25^3}$.

24) $\sqrt{4^7}$.

Квадрат корня и формулы

Памятка: корень «исчезает» при возведении в квадрат

1. $(k\sqrt{a})^2 = k^2 \cdot a$: $\quad (3\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 5 = 45$.
2. Разность квадратов $(x-y)(x+y) = x^2 - y^2$:
$(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3) = 10 - 9 = 1$.
3. Квадрат разности $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$: удвоенное произведение с корнем сократится с таким же слагаемым в условии, например $(\sqrt{5}-1)^2 + 2\sqrt{5} = 5 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 6$.
4. Дроби со знаменателями $2+\sqrt{3}$ и $2-\sqrt{3}$ приводим к общему знаменателю: $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$.

Найдите значение выражения.

25) $\dfrac{(5\sqrt{7})^2}{14}$.

26) $\dfrac{(3\sqrt{13})^2}{26}$.

27) $\dfrac{60}{(2\sqrt{3})^2}$.

28) $\dfrac{150}{(5\sqrt{2})^2}$.

29) $(\sqrt{41}-6)(\sqrt{41}+6)$.

30) $(\sqrt{31}-5)(\sqrt{31}+5)$.

31) $(\sqrt{22}-\sqrt{13})(\sqrt{22}+\sqrt{13})$.

32) $(\sqrt{19}-\sqrt{3})(\sqrt{19}+\sqrt{3})$.

33) $(\sqrt{13}-2)^2 + 4\sqrt{13}$.

34) $(\sqrt{11}-4)^2 + 8\sqrt{11}$.

35) $\dfrac{1}{3+\sqrt{7}}+\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}$.

36) $\dfrac{1}{5+\sqrt{23}}+\dfrac{1}{5-\sqrt{23}}$.

37) $\dfrac{1}{\sqrt{65}-8}-\dfrac{1}{\sqrt{65}+8}$.

38) $\dfrac{1}{\sqrt{26}-5}-\dfrac{1}{\sqrt{26}+5}$.

Степени с переменной

Памятка: свойства степеней

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $a^m : a^n = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$; $(ab)^n = a^n b^n$.

Сначала найдите итоговый показатель степени, потом подставляйте число: $\dfrac{a^5 \cdot a^4}{a^6} = a^{5+4-6} = a^3$.

Найдите значение выражения при заданных значениях переменных.

39) $\dfrac{a^9 \cdot a^4}{a^{10}}$ при $a = 4$.

40) $\dfrac{b^5 \cdot b^8}{b^{10}}$ при $b = 3$.

41) $\dfrac{a^{11} \cdot a^{-4}}{a^6}$ при $a = 13$.

42) $\dfrac{a^{15} \cdot a^{-8}}{a^5}$ при $a = 9$.

43) $\dfrac{(a^3)^6}{a^{16}}$ при $a = 5$.

44) $\dfrac{(a^4)^5}{a^{18}}$ при $a = 6$.

45) $a^{12} \cdot a^3 : a^{13}$ при $a = 6$.

46) $a^8 \cdot a^6 : a^{11}$ при $a = 5$.

47) $a^{22} \cdot a^{-9} : a^{11}$ при $a = 11$.

48) $a^{31} \cdot a^{-14} : a^{13}$ при $a = 3$.

49) $a^{-29} \cdot (a^5)^6$ при $a = 9$.

50) $a^{-17} \cdot (a^3)^6$ при $a = 12$.

51) $(a^2)^{-6} : a^{-15}$ при $a = 4$.

52) $(a^3)^{-5} : a^{-18}$ при $a = 5$.

53) $\dfrac{(a^2)^8 \cdot a^7}{a^{20}}$ при $a = 6$.

54) $\dfrac{(a^4)^7 \cdot a^9}{a^{35}}$ при $a = 7$.

55) $\dfrac{a^{16} \cdot (b^3)^4}{(a \cdot b)^{12}}$ при $a = 3$, $b = \sqrt{7}$.

56) $\dfrac{a^{15} \cdot (b^3)^4}{(a \cdot b)^{12}}$ при $a = 3$, $b = \sqrt{5}$.

Числовые выражения со степенями

Памятка: приводим к одному основанию

1. Запишите числа как степени одного основания: $32 = 2^5$, поэтому $\dfrac{2^8}{32} = \dfrac{2^8}{2^5} = 2^3$.
2. Составное основание разложите на множители: $18 = 2 \cdot 9$, $(3 \cdot 5)^4 = 3^4 \cdot 5^4$.
3. Отрицательный показатель в знаменателе «переезжает» в числитель: $\dfrac{1}{5^{-3}} = 5^3$.

Найдите значение выражения.

57) $\dfrac{3^7}{243}$.

58) $\dfrac{7^5}{343}$.

59) $\dfrac{15^6}{3^4 \cdot 5^5}$.

60) $\dfrac{20^5}{2^3 \cdot 10^4}$.

61) $\dfrac{4^9 \cdot 5^{12}}{20^9}$.

62) $\dfrac{3^{10} \cdot 7^{12}}{21^{10}}$.

63) $\dfrac{(2 \cdot 9)^6}{2^4 \cdot 9^6}$.

64) $\dfrac{(3 \cdot 7)^8}{3^6 \cdot 7^8}$.

65) $3^{-14} \cdot (3^4)^4$.

66) $2^{-9} \cdot (2^3)^4$.

67) $\dfrac{(10^3)^{-3}}{10^{-13}}$.

68) $\dfrac{(10^3)^{-5}}{10^{-17}}$.

69) $\dfrac{1}{2^{-15}} \cdot \dfrac{1}{2^{10}}$.

70) $\dfrac{1}{5^{-14}} \cdot \dfrac{1}{5^{12}}$.

71) $\dfrac{3^{-7} \cdot 3^{15}}{3^3}$.

72) $\dfrac{4^{-5} \cdot 4^{12}}{4^4}$.

Домашнее задание

Смешанная практика по всем пяти блокам.

Найдите значение выражения.

1) $\sqrt{\dfrac{36a^{14}}{a^8}}$ при $a = 3$.

2) $\sqrt{a^2 + 10ab + 25b^2}$ при $a = 1\dfrac{2}{7}$, $b = \dfrac{1}{7}$.

3) $(\sqrt{40} - \sqrt{10}) \cdot \sqrt{10}$.

4) $\dfrac{1}{\sqrt{51} - 7} - \dfrac{1}{\sqrt{51} + 7}$.

5) $(\sqrt{21} - 2)^2 + 4\sqrt{21}$.

6) $a^{-19} \cdot (a^5)^4$ при $a = 7$.

7) $\dfrac{(a^5)^3 \cdot a^{-2}}{a^{11}}$ при $a = 4$.

8) $\dfrac{16^5}{4^3 \cdot 8^4}$.

Ответы для самопроверки

Сверяйтесь только после того, как решите задание сами. Ответ к заданию 8 на ОГЭ — целое число или конечная десятичная дробь.

Корень из выражения с переменными

1) 144; 2) 63; 3) 1,2; 4) 2,5; 5) 54; 6) 12;
7) 625; 8) 243; 9) 22; 10) 13; 11) 4; 12) 5.

Действия с корнями

13) 14; 14) 10; 15) 42; 16) 30; 17) 7; 18) 6;
19) 220; 20) 210; 21) 64; 22) 36; 23) 125; 24) 128.

Квадрат корня и формулы

25) 12,5; 26) 4,5; 27) 5; 28) 3; 29) 5; 30) 6;
31) 9; 32) 16; 33) 17; 34) 27; 35) 3; 36) 5;
37) 16; 38) 10.

Степени с переменной

39) 64; 40) 27; 41) 13; 42) 81; 43) 25; 44) 36;
45) 36; 46) 125; 47) 121; 48) 81; 49) 9; 50) 12;
51) 64; 52) 125; 53) 216; 54) 49; 55) 81; 56) 27.

Числовые выражения со степенями

57) 9; 58) 49; 59) 45; 60) 40; 61) 125; 62) 49;
63) 4; 64) 9; 65) 9; 66) 8; 67) 10000; 68) 100;
69) 32; 70) 25; 71) 243; 72) 64.

Домашнее задание

1) 162; 2) 2; 3) 10; 4) 7; 5) 25; 6) 7;
7) 16; 8) 4.