

Планиметрия ЕГЭ. Легкий уровень.

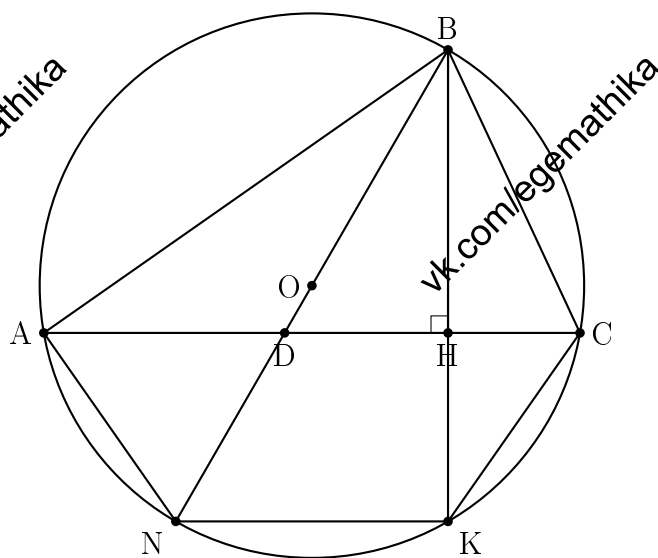
Задача 1. ЕГЭ-2019, основная волна.

Теория: • сумма углов треугольника • вписанные углы, опирающиеся на одну дугу • теорема синусов • вписанный угол, опирающийся на диаметр • равенство хорд, стягивающих равные дуги

Около остроугольного треугольника ABC с различными сторонами описали окружность с диаметром BN . Высота BH пересекает эту окружность в точке K . Известно, что $\angle BAC = 35^\circ$, $\angle ACB = 65^\circ$.

а) Докажите, что $AN = CK$.

б) Найдите KN , если радиус окружности равен 12.



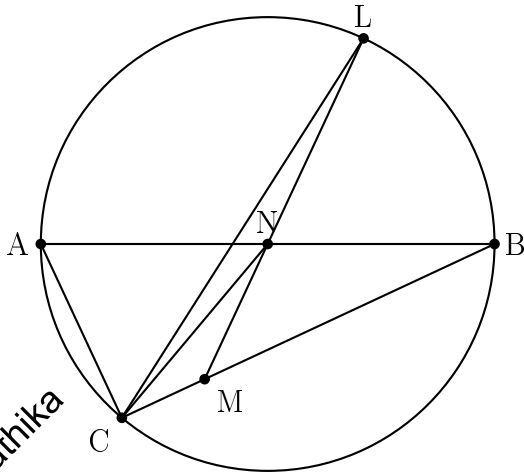
Задача 2. ЕГЭ-2020, резерв.

Теория: • теорема Пифагора • площадь треугольника через основание и высоту • связь вписанного и центрального угла, опирающихся на одну дугу • подобие треугольников по двум углам

Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника ABC вторично пересекает окружность, описанную около этого треугольника в точке L . Прямая, проходящая через точку L и середину N гипотенузы AB , пересекает катет BC в точке M .

а) Докажите, что $\angle BML = \angle BAC$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 20$, $CM = 3\sqrt{5}$.



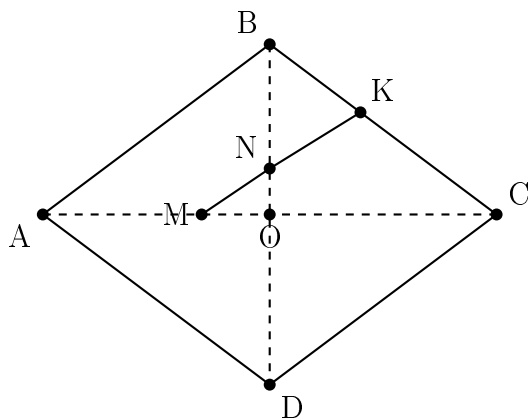
Задача 3. ЕГЭ-2023, основная волна.

Теория: • свойства диагоналей ромба • теорема Пифагора • подобие по двум углам • теорема Менелая

Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M , а диагональ BD в точке N , причем $AM : MC = 1 : 2$, $BN : ND = 1 : 3$.

а) Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении $1 : 4$.

б) Найдите сторону ромба, если $MN = 3\sqrt{2}$.



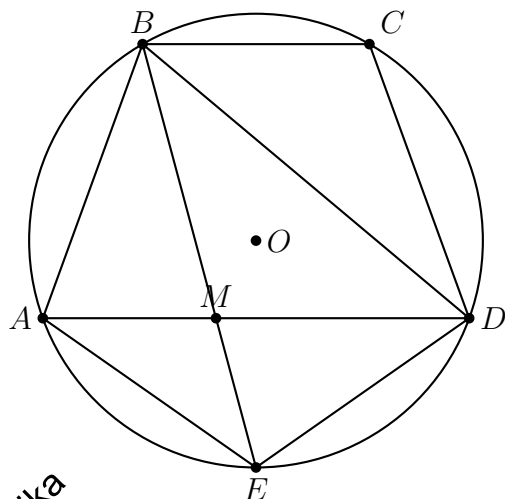
Задача 4. ЕГЭ-2024, основная волна.

Теория: • свойство параллелограмма • теорема о произведении отрезков хорд • какую трапецию всегда можно вписать в окружность

$ABCDE$ — вписанный пятиугольник. M — точка пересечения диагоналей BE и AD . Известно, что $BCDM$ — параллелограмм.

а) Докажите, что две стороны пятиугольника равны.

б) Найдите AB , если известно, что $BE = 12$, $BC = 5$, $AD = 9$.



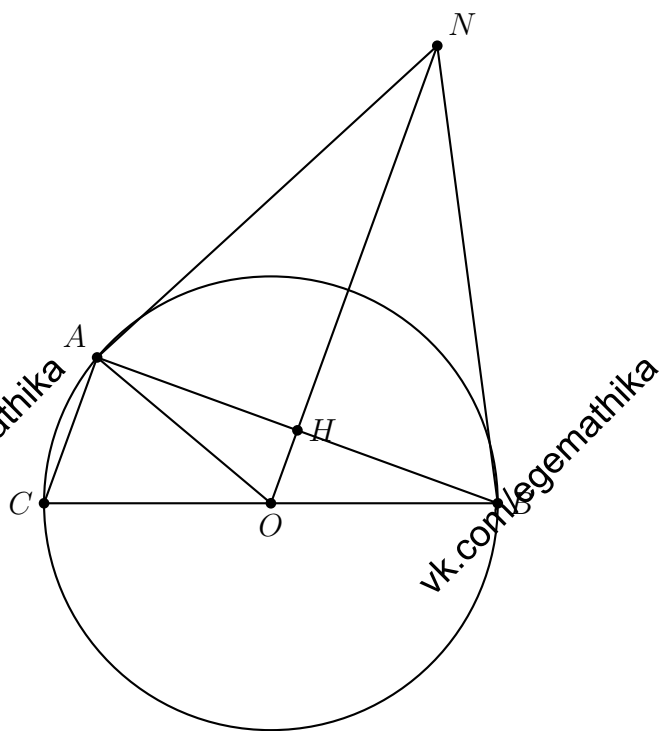
Задача 5. ЕГЭ-2024, основная волна.

Теория: • сумма углов треугольника • признаки и свойства равнобедренного треугольника • сумма противоположных углов вписанного четырёхугольника • средняя линия в треугольнике • теорема о произведении отрезков хорд • теорема о радиусе и касательной • отрезки касательных, проведённых из одной точки • равенство треугольников по трём сторонам

Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC — диаметр этой окружности.

а) Докажите, что $\angle ANB = 2\angle ABC$.

б) Найдите расстояние от точки N до прямой AB , если известно, что $AC = 14$ и $AB = 36$.

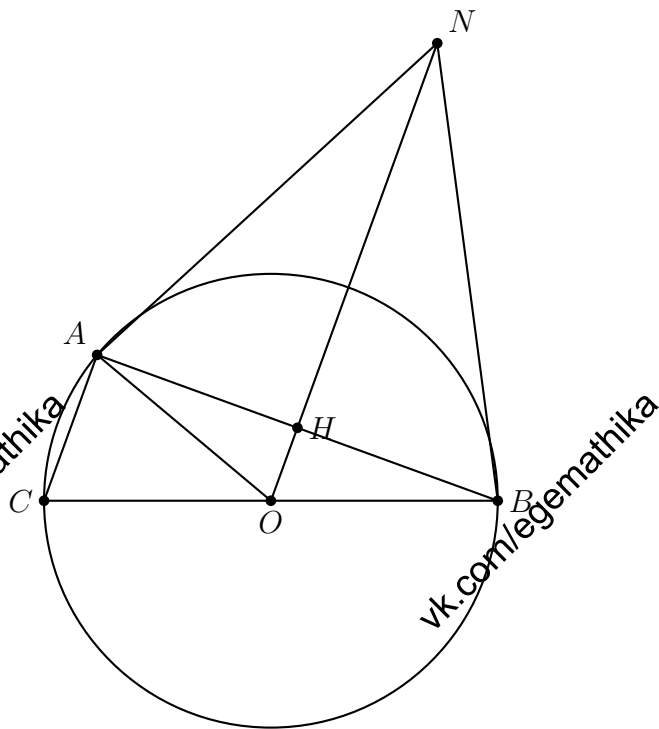


Задача 6. ЕГЭ-2024, основная волна.

Теория: • средняя линия в треугольнике • сумма противоположных углов вписанного четырехугольника • свойства равнобедренного треугольника • теорема о произведении отрезков хорд • теорема о радиусе и касательной • отрезки касательных, проведенных из одной точки

Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC — диаметр этой окружности.

- а) Докажите, что прямая AC параллельна биссектрисе угла ANB .
б) Найдите NO , если $AB = 24$, $AC = 10$.



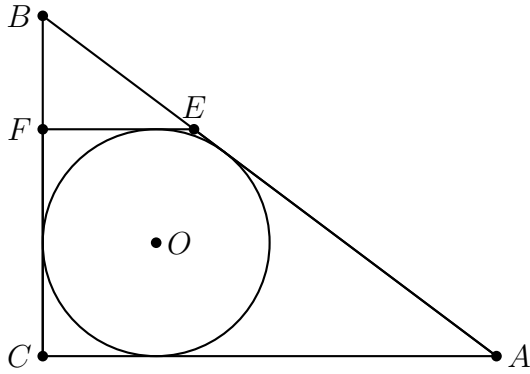
Задача 7. ЕГЭ-2024, основная волна.

Теория: • теорема Пифагора • средняя линия в треугольнике • площадь треугольника через основание и высоту • суммы противоположных сторон описанного четырёхугольника

Периметр треугольника ABC равен 24. Точки E и F — середины сторон AB и BC соответственно. Отрезок EF касается окружности, вписанной в треугольник ABC .

а) Докажите, что $AC = 6$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $\angle ACB = 90^\circ$.



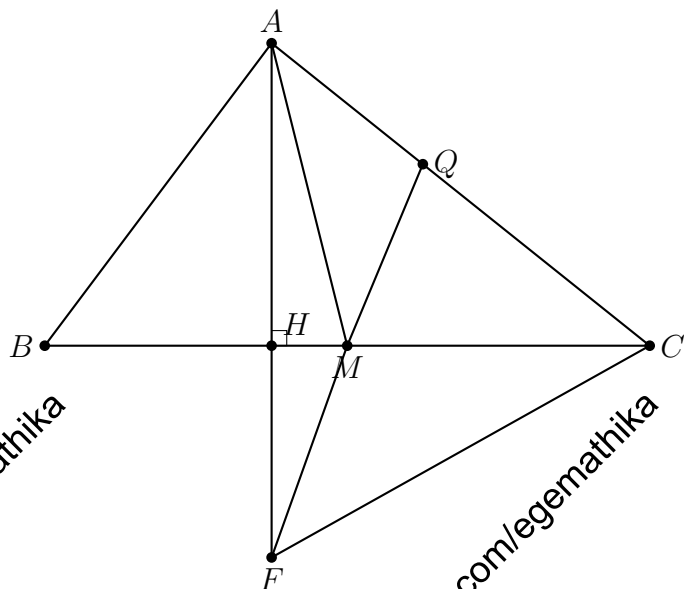
Задача 8. ЕГЭ-2025, основная волна.

Теория: • сумма углов треугольника • тригонометрия в прямоугольном треугольнике • признаки и свойства равнобедренного треугольника • площадь треугольника через основание и высоту • медиана в прямоугольном треугольнике из вершины прямого угла

В треугольнике ABC проведены высота AH и медиана AM , угол ACB равен 30° . Точка H лежит на отрезке BM . В треугольнике ACM проведена высота MQ . Прямые MQ и AH пересекаются в точке F . Известно, что AM — биссектриса угла HAC .

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите площадь треугольника CFM , если $AB = 10$.



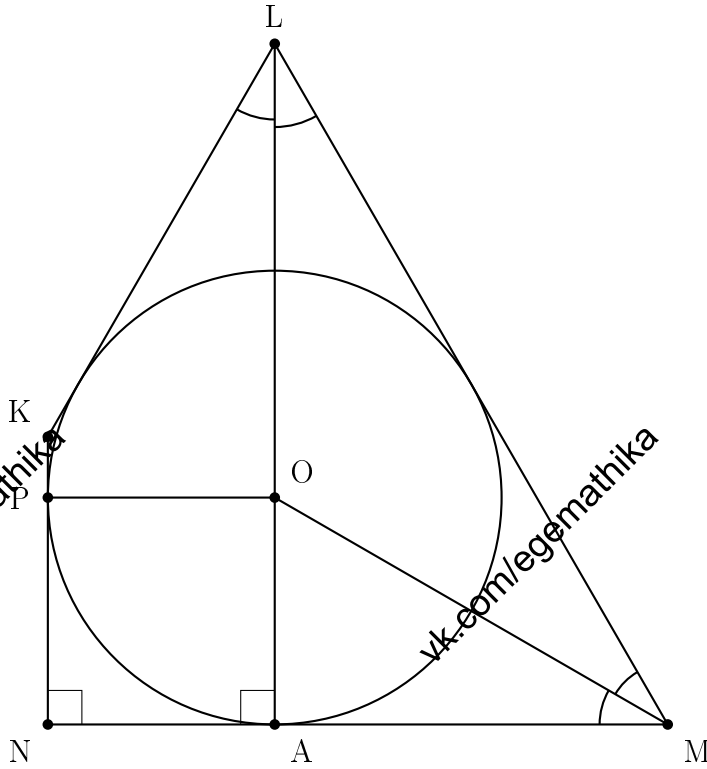
Задача 9. ЕГЭ-2025, основная волна.

Теория: • сумма углов треугольника • тригонометрия в прямоугольном треугольнике • теорема о радиусе и касательной • отрезки касательных, проведённых из одной точки • равенство треугольников по трём сторонам

В четырёхугольник $KLMN$ вписана окружность с центром O . Эта окружность касается стороны MN в точке A . Известно, что $\angle MNK = 90^\circ$, $\angle LMN = \angle KLM = 60^\circ$.

а) Докажите, что точка A лежит на прямой LO .

б) Найдите длину стороны MN , если $LA = 9$.



Задача 10. ЕГЭ-2025, основная волна.

Теория: • сумма углов треугольника • теорема Пифагора • свойства углов, образованных секущей и параллельными прямыми • теорема косинусов • площадь треугольника через стороны и угол между ними • равенство треугольников по двум сторонам и углу между ними

Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом DAB . В нем опущены высоты BP и BQ на стороны AD и CD соответственно. На стороне AD отмечена точка M так, что $AM = BP$. Известно, что $AB = BQ$.

а) Докажите, что $BM = PQ$.

б) Найдите площадь треугольника APQ , если $AM = BP = 12$, $AB = BQ = 15$.

