

1) Движущийся со скоростью $v_0 = 26 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ трактор начал торможение с постоянным ускорением $a = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. За t секунд после начала торможения он проехал путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время трактор проехал 16 метров. Ответ дайте в секундах.

$$16 = 26 \cdot t - \frac{20 \cdot t^2}{2},$$

$$10t^2 - 26t + 16 = 0,$$

$$5t^2 - 13t + 8 = 0,$$

$$D = 169 - 4 \cdot 5 \cdot 8 = 9 = 3^2$$

$$t = \frac{13 \pm 3}{10}$$

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = 1,6 - \text{не подх.}$$

2) Мотоцикл, движущийся по селу со скоростью $v_0 = 80 \text{ м/с}$, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16 \text{ м/с}^2$. Расстояние (в м) от мотоцикла до села вычисляется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t – время в секундах, прошедшее после выезда из села. Определите наибольшее время, в течение которого мотоцикл будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 5208 м от села. Ответ дайте в секундах

$$S \leq 5208$$

$$80 \cdot t + \frac{16 \cdot t^2}{2} \leq 5208,$$

$$8t^2 + 80t - 5208 \leq 0,$$

$$t^2 + 10t - 651 \leq 0$$

$$t^2 + 10t - 651 = 0, \quad t_1 = 21,$$

$$t_2 = -31$$

3) К источнику с ЭДС $\varepsilon = 50$ и внутренним сопротивлением $r = 2 \text{ Ом}$ хотят подключить нагрузку с сопротивлением R (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 49 В? Ответ дайте в омах.

$$\frac{50 \cdot R}{R+2} \geq 49, \quad | \cdot R+2 > 0$$

$$50R \geq 49R + 98,$$

$$R \geq 98,$$

$$R = 98$$

4) Велосипед разгоняется на прямолинейном участке дороги с постоянным ускорением $a \text{ км/ч}^2$. Скорость v в конце пути вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный велосипедом путь. Определите ускорение, с которым должен двигаться велосипед, чтобы, проехав 684 м, приобрести скорость 171 км/ч. Ответ выразите в км/ч². 0,684 км

$$171 = \sqrt{2 \cdot 0,684 \cdot a},$$

$$29241 = 1,368 \cdot a,$$

$$a = 21375$$

5) Гироскутер разгоняется на прямолинейном участке трассы с постоянным ускорением $a = 100 \text{ км/ч}^2$. Скорость v в конце пути вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный гироскутером путь. Вычислите, сколько километров проедет гироскутер к моменту, когда он разгонится до скорости 20 км/ч.

$$20 = \sqrt{2 \cdot l \cdot 100},$$

$$400 = 200 \cdot l,$$

$$l = 2$$

6) При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 440 \text{ Гц}$ — частота исходного сигнала, c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 44 \text{ м/с}$ и $v = 15 \text{ м/с}$ — скорости приёмника и источника относительно среды. При какой скорости c распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 735 Гц? Ответ дайте в м/с.

$$735 = 440 \cdot \frac{c+44}{c-15},$$

$$735(c-15) = 440(c+44),$$

$$735c - 11025 = 440c + 19360,$$

$$295c = 30385,$$

$$c = 103$$

7) Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U - напряжение (в вольтах), R - сопротивление электроприбора (в омах). В электросеть включён предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 44 А. Определите, какое наименьшее сопротивление может быть у электроприбора, подключаемого к сети в 220 В, чтобы сеть продолжала работать. Ответ дайте в омах

$$I \leq 44$$

$$\frac{220}{R} \leq 44,$$

$$220 \leq 44R,$$

$$R \geq 5$$

$$R = 5$$

8) В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 64$ Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление вычисляется по формуле $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 56 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

$$\frac{64 \cdot R_2}{64 + R_2} \geq 56,$$

$$64 R_2 \geq 56 \cdot 64 + 56 R_2,$$

$$8 R_2 \geq 3584,$$

$$R_2 \geq 448$$

$$R_2 = 448$$

9) Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 472 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с - скорость звука в воде, f_0 - частота испускаемых импульсов, f - частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 25 м/с.

$$25 = 1500 \cdot \frac{f - 472}{f + 472}, \quad | : 25$$

$$1 = 60 \cdot \frac{f - 472}{f + 472},$$

$$f + 472 = 60f - 28320,$$

$$59f = 28792,$$

$$f = 488$$

10) Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 416$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 13 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 330$ м/с. Ответ выразите в м/с.

$$f - f_0 \geq 13$$

$$\frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} - f_0 \geq 13,$$

$$\frac{416}{1 - \frac{v}{330}} - 416 \geq 13,$$

$$416 \geq 429 \left(1 - \frac{v}{330}\right),$$

$$v \geq 10, \quad v = 10$$

11) Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{24} \cdot 10^{18} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $3,078 \cdot 10^{28}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

$$5,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{24} \cdot 10^{18} \cdot T^4 \geq 3,078 \cdot 10^{28},$$

$$5,7 \cdot \frac{1}{24} \cdot T^4 \geq 3,078 \cdot 10^{16},$$

$$T^4 \geq 1296 \cdot 10^{16},$$

$$T^4 \geq (6 \cdot 10^4)^4,$$

$$T = 60000$$

12) В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (ч) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в часах. В результате опыта получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m(t) = 40$ г изотопа G, период полураспада которого $T = 23$ ч. Через сколько часов масса изотопа будет равна 10 г?

$$10 = 40 \cdot 2^{-\frac{t}{23}},$$

$$2^{-\frac{t}{23}} = 2^{-2},$$

$$t = 46$$

13) При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 64 \cdot 10^{13} \text{ Па} \cdot \text{м}^3$, где p - давление в газе (в Па), V - объём газа (в м^3), $k = \frac{3}{4}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $64 \cdot 10^{13} \text{ Па}$.

$$64 \cdot 10^{13} \cdot V^{\frac{3}{4}} = 64 \cdot 10^{13},$$

$$V^{\frac{3}{4}} = 1,$$

$$\left(V^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = 1^{\frac{4}{3}},$$

$$V = 1$$

14) Водолазный колокол, содержащее в начальный момент времени $\nu = 2$ моля воздуха объёмом $V_1 = 42 \text{ л}$, медленно опускают на дно реки. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 (в л). Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 13 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - постоянная, $T = 299 \text{ К}$ - температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) будет занимать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 7774 Дж .

$$7774 = 13 \cdot 2 \cdot 299 \cdot \log_2 \frac{42}{V_2},$$

$$\log_2 \frac{42}{V_2} = 1,$$

$$\frac{42}{V_2} = 2,$$

$$V_2 = 21$$

15) Газовый баллон, содержащий в начальный момент времени $\nu = 3$ моля газа при давлении $p_1 = 128$, медленно опускают на дно моря. При этом происходит изотермическое сжатие газа до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии газа, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_1}{p_2}$, где $\alpha = 7 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - постоянная, $T = 302 \text{ К}$ - температура газа. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь газ в баллоне, если при сжатии газа была совершена работа в 25368 Дж .

$$25368 = 7 \cdot 3 \cdot 302 \cdot \log_2 \frac{128}{p_2},$$

$$\log_2 \frac{128}{p_2} = 4,$$

$$\frac{128}{p_2} = 16,$$

$$p_2 = 8$$

16) В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 382 \text{ м}$ - начальный уровень воды, $a = \frac{1}{382} \frac{\text{м}}{\text{мин}^2}$ и $b = -2 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$, t - время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

$$H \geq 0$$

$$\frac{1}{382} \cdot t^2 - 2t + 382 \geq 0, \quad | \cdot 382$$

$$t^2 - 2 \cdot 382t + 382^2 \geq 0,$$

$$(t - 382)^2 \geq 0,$$

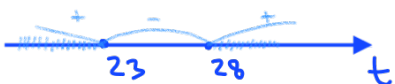
$$t = 382$$

17) Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t - время в минутах, $T_0 = 8378 \text{ К}$, $a = -13 \text{ К/мин}^2$, $b = 663 \text{ К/мин}$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 16750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

$$8378 + 663t - 13t^2 \leq 16750,$$

$$13t^2 - 663t + 8372 \geq 0, \quad | :13$$

$$t^2 - 51t + 644 \geq 0,$$

$$(t - 23)(t - 28) \geq 0$$


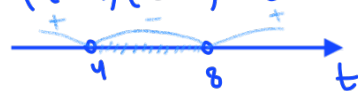
$$t = 23$$

18) Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = -2t^2 + 24t + 55$, где h - высота в метрах, t - время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 119 метров?

$$-2t^2 + 24t + 55 > 119,$$

$$2t^2 - 24t + 64 < 0,$$

$$t^2 - 12t + 32 < 0,$$

$$(t - 4)(t - 8) < 0$$


$$8 - 4 = 4$$

19) Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 45$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 1 до 85 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 33 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

$$\frac{1}{d_1} = \left(\frac{1}{45} - \frac{1}{d_2} \right) \quad \begin{matrix} \rightarrow \max \\ d_2 \rightarrow \max \end{matrix}$$

$$d_2 = 180$$

$$\frac{1}{d_1} = \frac{1}{45} - \frac{1}{180}, \quad d_1 = 60$$

20) Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки, $\omega = 8^\circ/\text{мин}$ начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки φ достиг 5194° . Ответ дайте в минутах.

$$5194 = 8t + \frac{4 \cdot t^2}{2},$$

$$2t^2 + 8t - 5194 = 0,$$

$$t^2 + 4t - 2597 = 0,$$

$$t_1 = -53$$

$$t_2 = 49$$

21) Два куба массой 15 кг каждый летят с одинаковой скоростью $v = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ под углом 2θ друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся в результате соударения, рассчитывается по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \theta$, где m — масса (в кг), v — скорость куба (в $\frac{\text{м}}{\text{с}}$). Найдите, под каким углом 2θ должны лететь кубы, чтобы при их абсолютно неупругом соударении выделилась энергия, равная 1620 Дж.

$$1620 = 15 \cdot 12^2 \cdot \sin^2 \theta,$$

$$\sin^2 \theta = \frac{3}{4},$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$2\theta = 120^\circ$$